ZUR STATISTIK IM UNTERRICHT DER AHS

von

W.Bauer (Salzburg)

I. Aufgabe und Bedeutung der Statistik im Schulunterricht.

Statistische Methoden spielen in vielen Bereichen von Naturwissenschaften, Technik, Gesellschaftswissenschaften, Wirtschaftswissenschaften usw. eine wachsende Rolle. Diese Bedeutung und die Vielfalt der Methoden und mathematischen Hilfsmittel führten an vielen Universitäten bereits zur Schaffung eigener Institute für Statistik und Wahrscheinlichkeitstheorie.

Im Schulunterricht wird dieser wachsenden Bedeutung der Statistik derzeit nicht genügend Rechnung getragen. Ein Grund dafür ist sicher darin zu suchen, daß bis vor wenigen Jahren weder Wahrscheinlichkeitsrechnung noch Statistik in der Lehramtsausbildung verpflichtend vorgeschrieben waren. Eine weitere Ursache für mangelndes Verständnis statistischer Schlußweisen liegt darin, daß die exakte Definition selbst einfacher statistischer Begriffe und die exakte Formulierung statistischer Aussagen oft den umfangreichen Begriffsapparat der Wahrscheinlichkeitstheorie mitsamt der Maß- und Integrationstheorie braucht. Daher bestehen auch über kaum eine andere Anwendung mathematischer Modelle derartige Unklarheiten und Fehlinterpretationen, wie über die Anwendung statistischer Verfahren. Dies reicht von blindem Vertrauen bis zu völliger Skepsis.

Wichtige Grundbegriffe und Verfahren der Statistik können auf einer niedrigeren Exaktheitsstufe (ohne Verwendung von Maßtheorie) durchaus in der AHS verständlich gemacht werden und insbesondere kann das Wesen wichtiger statistischer Aussagen und Schlußweisen erklärt werden !

Im Folgenden werden einige Grundbegriffe und Schlußweisen der Statistik angeführt, die im Unterricht behandelt werden könnten. In diesem Rahmen können die relevanten Begriffe nur aufgezählt werden. Es wäre außerordentlich zu begrüßen, wenn der aufgelistete Begriffskatalogim Unterricht soweit behandelt werden könnte, daß das Grundprinzip eines statistischen Tests verständlich gemacht werden könnte! Für eine ausführlichere Behandlung sei auf die Ausarbeitungen zur Lehrerfortbildung [1] und [2] sowie auf weitere Literatur verwiesen.

II. Deskriptive Statistik - Grundbegriffe.

Zufallsereignis E

Im Mengenmodell der Wahrscheinlichkeitsrechnung werden Zufallsereignisse durch Teilmengen einer Grundmenge Ω (des Stichprobenraumes) beschrieben.

Z.B.: Ereignis E: "Beim Würfeln fällt eine gerade Zahl"

Stichprobenraum $\Omega = \{1,2,3,4,5,6\}$

Das Ereignis E wird durch die (gleichbezeichnete) Teilmenge $E = \{2,4,6\}$ beschrieben.

Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses

Jedem Ereignis E wird eine reelle Zahl W(E), seine Wahrscheinlichkeit zugeordnet. Dafür werden die Axiome von Kolmogorow verlangt:

1) $0 \leq W(E) \leq 1$ für jedes Ereignis $E \subseteq \Omega$

2) $W(\Omega) = 1$

3) $E_1,\ldots,E_m$ paarweise disjunkte Ereignisse =>

$$W(E_1 \cup \ldots \cup E_m) = W(E_1)+\ldots+W(E_n)$$

(oder schärfer: $E_1, E_2 \ldots$ paarweise disjunkte Ereignisse =>

$$W\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} E_i\right) = \sum_{i=1}^{\infty} W(E_i)$$).

Wahrscheinlichkeiten werden oft durch gewisse Annahmen über das jeweilige Zufallsphänomen ermittelt, z.B. werden für einen idealen Würfel alle Elementarereignisse $\{i\}$ $(i=1,\ldots,6)$ als gleichwahrscheinlich angenommen und somit ist die W. eines Ereignisses $E \subseteq \Omega = \{1,\ldots,6\}$ gegeben durch $W(E) = (\text{card } E)/6$. Oft sind W. unbekannt und sollen aus Beobachtungen geschätzt werden oder es soll[...] Hypothesen über W. getestet werden.

Zufallsvariable (ZV) X (Zufallsgröße X)

Größe X, die vom Zufall abhängige, reelle Zahlen als Werte annehmen kann. Ein beobachteter Wert werde mit x bezeichnet.

Z.B.: X = Größe eines Menschen; x: eine tatsächlich beobachtete Größe eines zufällig herausgegriffenen Menschen.

Im Mengenmodell der W-Rechnung wird eine ZV X präziser als eine Funktion $X: \Omega \to \mathbb{R}$ erklärt, für die $X^{-1}(I)$ für jedes Intervall I ein Ereignis ist.

Z.B.: X = Quadrat der Augenzahl beim Würfeln: $X: \Omega \to \mathbb{R}$, $i \mapsto i^2$

Bei einer ZV X interessiert man sich insbesondere für Ereignisse der Form $X = a$, $a<X\leq b$, $X\leq x$ usw. und deren Wahrscheinlichkeiten.

Verteilungsfunktion F einer ZV X: $F: x \mapsto F(x) = W(X\leq x)$

Wichtige Typen von ZV:

Diskrete ZV X: X kann nur die abzählbar vielen Werte $a_1, a_2, \ldots$ annehmen.

Z.B.: X = Augensumme beim Wurf mit 2 Würfeln

X = Zahl der Verkehrsunfälle pro Tag in Wien

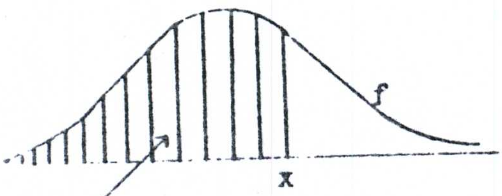
Das Ereignis "X nimmt den Wert a_i an". $(X = a_i)$ habe die Wahrscheinlichkeit p_i: $W(X = a_i) = p_i$.

Stetige ZV X:

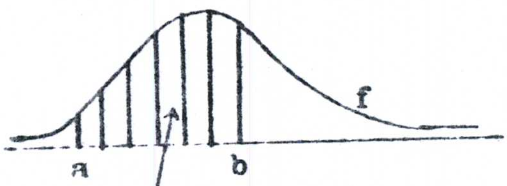
Es gibt eine auf $\mathbb{R}$ integrierbare (im Lebesgue'schen Sinn), meist überdies noch als stetig angenommene, "Dichtefunktion" $f \geq 0$, sodaß

$$F(x) = W(X \leq x) = \int_{-\infty}^{x} f(t)dt \quad \forall x$$

Es ist $1 = W(X \in \mathbb{R}) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)dt$



$W(X < x) = F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(t)dt$



$W(a < X \leq b) = W(X \leq b) - W(X \leq a) = F(b) - F(a) = \int_a^b f(t)dt$

Kenngrößen der Verteilung einer ZV X:

Erwartungswert $E(X) = \mu$: Im diskreten Fall: $\mu = \sum_i a_i W(X=a_i)$

im stetigen Fall: $\mu = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx$

Varianz $V(X) = \sigma^2$ (Standardabweichung σ):

Im diskreten Fall: $\sigma^2 = \sum_i (a_i-\mu)^2 W(X=a_i)$

im stetigen Fall: $\sigma^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (x-\mu)^2 f(x)dx$

Es gilt: $\sigma^2 = E(X^2) - \mu^2$

(Im stetigen Fall wird die Integrierbarkeit von $xf(x)$ und $(x-\mu)^2$ vorausgesetzt)

Stichprobe: Eine Stichprobe vom Umfang n der ZV X besteht aus n Beobachtungen (Meßwerten) $x_1, \ldots, x_n$ der ZV X.

Z.B.: X = Größe eines Menschen (in cm)

1.Stichprobe vom Umfang 5:	171	185	176	168	183
2.Stichprobe vom Umfang 5:	182	170	152	189	164

Dabei ist x_i ein Beobachtungswert der ZV X_i = i-te Größe in einer Stichprobe vom Umfang n.

Z.B.: 168 und 189 sind zwei Beobachtungen x_4 der ZV X_4.

Grundvoraussetzungen für sehr viele elementare Methoden der Statistik

a) Alle X_i sollen dieselbe Verteilungs(funktion) wie X haben.
Dies bedeutet intuitiv, daß die Stichprobe "repräsentativ" sein soll. Würde man etwa in obigem Beispiel systematisch als 4. Meßwert x_4 jeder Stichprobe vom Umfang 5 immer die Größe eines Babys nehmen, so hätte X_4 nicht dieselbe Verteilungsfunktion wie X = Größe eines Menschen !

b) $X_1, \ldots, X_n$ sollen unabhängige ZV sein.
Dies bedeutet intuitiv, daß eine Beobachtung eine andere nicht beeinflußt.
Im Mengenmodell wird die Unabhängigkeit von $X_1, \ldots, X_n$ dadurch definiert, daß die Ereignisse $X_1 \in I_1, \ldots, X_n \in I_n$ für jede Wahl von Intervallen $I_1, \ldots, I_n$ unabhängig sind.

Relative Häufigkeiten: Wenn bei n Versuchen ein Ereignis E gerade k-mal eingetreten ist, so heißt $k_n(E) = \frac{k}{n}$ die relative Häufigkeit von E. Sie ist im Gegensatz zur Wahrscheinlichkeit W(E) eine Zufallsvariable !

Stichprobe: Eine Stichprobe vom Umfang n der ZV X besteht aus n Beobachtungen (Meßwerten) $x_1,\ldots,x_n$ der ZV X.

Z.B.: X = Größe eines Menschen (in cm)

1.Stichprobe vom Umfang 5:	171	185	176	168	183
2.Stichprobe vom Umfang 5:	182	170	152	189	164

Dabei ist x_i ein Beobachtungswert der ZV X_i = i-te Größe in einer Stichprobe vom Umfang n.

Z.B.: 168 und 189 sind zwei Beobachtungen x_4 der ZV X_4.

Grundvoraussetzungen für sehr viele elementare Methoden der Statis[illegible]

a) Alle X_i sollen dieselbe Verteilungs(funktion) wie X haben.
Dies bedeutet intuitiv, daß die Stichprobe "repräsentativ" sein soll. Würde man etwa in obigem Beispiel systematisch als 4. Meß-wert x_4 jeder Stichprobe vom Umfang 5 immer die Größe eines Bab[illegible]s nehmen, so hätte X_4 nicht dieselbe Verteilungsfunktion wie X = Größe eines Menschen !

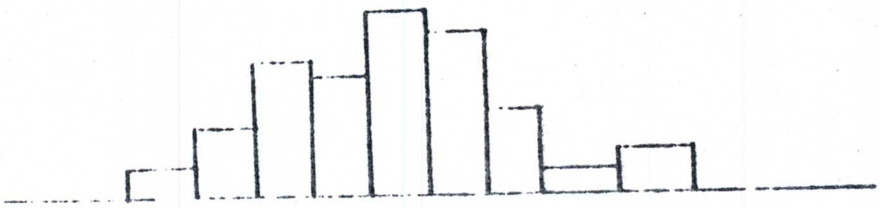
b) $X_1,\ldots,X_n$ sollen unabhängige ZV sein.
Dies bedeutet intuitiv, daß eine Beobachtung eine andere nicht beeinflußt.
Im Mengenmodell wird die Unabhängigkeit von $X_1,\ldots,X_n$ dadurch definiert, daß die Ereignisse $X_1 \in I_1,\ldots,X_n \in I_n$ für jede Wahl von Intervallen $I_1,\ldots,I_n$ unabhängig sind.

Relative Häufigkeiten: Wenn bei n Versuchen ein Ereignis E gerade k-mal eingetreten ist, so heißt $k_n(E) = \frac{k}{n}$ die relative Häufigkeit von E. Sie ist im Gegensatz zur Wahrscheinlichkeit W(E) eine Zufallsvariable !

Histogramme (Staffeldiagramme, empirische Verteilungen):

Von einer Stichprobe $x_1, \dots x_n$ der ZV X mögen etwa k Werte in ein betrachtetes Intervall $(a,b]$ fallen. k ist die Belegungszahl dieses Intervalles und $\frac{k}{n}$ die relative Häufigkeit des Ereignisses $a<X\leq b$. Teilt man die Zahlengerade in endlich viele geeignet (!) gewählte Intervalle ein und errichtet über jedem Intervall ein Rechteck, dessen Fläche gleich der relativen Häufigkeit von Meßwerten in diesem Intervall ist (passender Ordinatenmaßstab !), so erhält man ein Histogramm, das einen Eindruck der Verteilung der Beobachtungswerte von X vermittelt.

Die Gestalt des Histogramms hängt bei gleicher Stichprobe von der Intervalleinteilung ab und bei fester Intervalleinteilung von der Stichprobe, ist also zufallsabhängig im Gegensatz zum Graphen der Dichtefunktion !



Zu feine Intervalleinteilung ergibt in Abhängigkeit von der Stichprobe stark unterschiedliche Gestalten der Histogramme, bringt also die Zufallsabhängigkeit zu stark zur Geltung, während zu grobe Intervalleinteilung zu wenig Information über die Verteilung liefert.

Kenngrößen empirischer Verteilungen:

Die Stichprobe $x_1, \dots, x_n$ der ZV X werde der Größe nach geordnet:

$$x_{(1)}, x_{(2)}, \dots, x_{(n)}. \text{ Es ist } x_{(1)} = \min_i x_i, x_{(n)} = \max_i x_i$$

Dabei ist $x_{(i)}$ ein Beobachtungswert einer ZV $X_{(i)}$.

Lagekenngrößen:

Bereichsmitte: $\frac{x_{(1)}+x_{(n)}}{2}$

Die Bereichsmitte ist zwar einfach zu ermitteln, gibt aber wenig Auskunft über den "Schwerpunkt" der Verteilung.

Median (Zentralwert):

Wollen x so bestimmen, daß $f(x) := \sum_{i=1}^{n} |x_i - x|$ minimal wird.

f ist eine gebrochen lineare Funktion.

Für $x \in (x_{(k)}, x_{(k+1)})$ ist

$$f(x) = (x-x_{(1)})+\ldots+(x-x_{(k)})+(x_{(k+1)}-x)+\ldots+(x_{(n)}-x)$$

Sei $h > 0$ so klein, daß auch $x + h \in (x_{(k)}, x_{(k+1)})$, dann gilt:

$$f'(x) = \frac{f(x+h)-f(x)}{h} = \frac{k.h-(n-k).h}{h} = 2k - n$$

Die Steigerung der linearen Stücke nimmt mit k monoton zu.

Es ist nun $f'(x) \gtrless 0 \iff 2k-n \gtrless 0 \iff k \gtrless \frac{n}{2}$

n ungerade: f nimmt sein Minimum genau im Punkt

$x_{([\frac{n}{2}]+1)}$ an

n gerade: Der Graph von f verläuft zwischen $X_{(\frac{n}{2})}$ und $X_{(\frac{n}{2}+1)}$ parallel zur Abszisse und somit nimmt f sein Minimum für jeden Punkt x aus diesem Intervall an.

Als Median[m] (oder Zentralwert) definiert man daher naheliegenderweise den Wert $m = X_{([\frac{n}{2}]+1)}$. Der Median macht die Abstandsumme minimal. Der Median bleibt unverändert, wenn man die x_i-Werte links oder rechts von ihm verändert, solange nur die Anzahl der Werte links und rechts unverändert bleibt. Auch der Median hängt recht unempfindlich von den Meßwerten ab.

Mittelwert: Wollen ein x suchen, für das $g(x) := \sum_{i=1}^{n} (x_i - x)^2$ minimal wird. g ist differenzierbar und das Minimum ergibt sich mittels der Differentialrechnung als $\bar{x} = \frac{x_1 + \ldots x_n}{n}$: Mittelwert.

In die Berechnung des Mittelwertes $\bar{x}$ gehen die Werte aller Beobachtungen x_i ein.
Da sich etwa die Meßwerte mehr oder weniger eng um den Mittelwert gruppieren können, so braucht man auch Kenngrößen für die Streuung:

Streuungskenngrößen:

Durchschnittliche Abweichung: $\frac{\sum_{i=1}^{n} |x_i - m|}{n}$ (m: Median)

Empirische oder Stichprobenvarianz:

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}{n-1}$$

s heißt empirische Standardabweichung.

(Modifikation: $s'^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}{n}$; s' ist aber aus theoretischen

Gründen als Schätzung der Standardabweichung σ der Verteilung "schlechter" als s).

Auf die Umformung $\Sigma(x_i-\bar{x})^2 = \Sigma x_i^2 - 2\bar{x}\Sigma x_i + \Sigma\bar{x}^2 = \Sigma x_i^2 - n\bar{x}^2$

sei hingewiesen.

III. Stichproben und Wahrscheinlichkeitsverteilungen.

Für eine ZV X seien $X_1,\ldots,X_n$ Stichprobenvariable, die unabhängig sein sollen und die alle dieselbe Verteilung wie X haben sollen. μ und σ^2 seien der Erwartungswert und die Varianz von X. Dann gilt:

(1) $W(\frac{X_1+\ldots+X_n}{n} \to \mu$ für $n \to \infty) = 1$ (Starkes Gesetz der großen Zahlen)

(2) $W(\frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2}{n-1} \to \sigma^2$ für $n \to \infty) = 1$.

Mittelwert $\bar{X}$ und Stichprobenvarianz s^2 können also in diesem Sinn als brauchbare Schätzungen für μ und σ^2 angesehen werden. Man könnte also intuitiv etwa den Erwartungswert μ als "Mittelwert der Gesamtpopulation oder Mittelwert einer unendlich großen Stichprobe" interpretieren !

Spezialfall: A sei ein Ereignis. Sei $X = \begin{cases} 1 & \text{wenn A eintritt ("Erfolg")} \\ 0 & \text{wenn A nicht eintritt.} \end{cases}$

Es ist $\mu = E = (X) = 1.W(X=1) + 0.W(X=0) = W(A)$.

Man macht nun n "unabhängige" Versuche mit jeweils gleicher Wahrscheinlichkeitsaufteilung, d.h. man untersucht die unabhängigen, wie X verteilten Stichprobenvariablen $X_1,\ldots,X_n$.

Es ist doch $\bar{X} = \frac{X_1+\ldots+X_n}{n} = \frac{\text{Anzahl der Erfolge}}{n} = h_n(A)$ rel.Häuf.

Nach dem Gesetz der großen Zahlen (1) gilt also:

$$W(h_n(A) \to W(A) \text{ für } n \to \infty) = 1.$$

Mit W.1 nähern sich die relativen Häufigkeiten der Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses !

Da nun die Histogrammfläche über dem Intervall (a,b] die rel. H. des Ereignisses $a<X\leq b$ angibt, so strebt für $n \to \infty$ auch diese rel.H. gegen $W(a<X\leq b)$, d.h. die Histogrammfläche über dem Intervall (a,b] nähert sich der Fläche unter der Wahrscheinlichkeitsverteilung über (a,b] (im stetigen Fall durch die Dichtefunktion gegeben !). Diese Aussage gilt mit Wahrscheinlichkeit 1. Definiert man die empirische Verteilungsfunktion $F_n(x)$ mittels

$$F_n(x) = h_n(X\leq x) = \text{Histogrammfläche über dem Intervall } (-\infty,x]$$

so gilt der

<u>Hauptsatz der Mathematischen Statistik (Glivenko-Cantelli)</u>:

$$W(F_n(x) \to F(x) \text{ gleichmäßig in } x \text{ für } n \to \infty) = 1.$$

Man kann somit intuitiv die Verteilung von X als Grenzfall eines "Histogramms der Gesamtpopulation oder als Histogramm einer unendlich großen Stichprobe" ansehen. Für eine stetige ZV X nähert sich mit W.1 die Gestalt des Histogramms für wachsenden Stichprobenumfang dem Graphen der Dichtefunktion f von X.

IV. Grundprinzip eines Tests.

Es kann keinesfalls Aufgabe der Schule sein, einen Überblick auch nu über die wichtigsten Tests zu geben, es kann aber durchaus das Prinz eines Tests verständlich gemacht werden.

Angenommen es sei bekannt, daß das Gewicht unbehandelter Tomaten eine Normalverteilung mit Erwartungswert $\mu_o = 102,3$ und Standardabweichung $\sigma_o = 18,3$ hat (z.B. aus einer sehr großen Stichprobe ermittelt). Wir haben nun Tomaten mit einem Spezialmittel behandelt und wollen wissen, ob sich ein signifikanter Einfluß auf ihr Gewicht ergeben hat:

30 Meßwerte x^2 von behandelten Tomaten: 68,74,81, usw.

Daraus habe sich ergeben: $\bar{x} = 109,667$ und $s = 18,376$

Wir nehmen an, daß das Gewicht behandelter Tomaten eine Normalverteilung mit Erwartungswert μ und Standardabweichung $\sigma_o = 18,3$ (gleich wie bei unbehandelten angenommen !) hat.

Wir stellen 2 Hypothesen auf:

Nullhypothese H_o: $\mu = \mu_o$, d.h. die Behandlung hat keinen signifikanten Einfluß auf das Gewicht.

Alternativhypothese H_1: $\mu \neq \mu_o$, d.h. die Behandlung hat einen sign. Einfluß. Ein Test ist ein Entscheidungsverfahren für H_o oder H_1 aufgrund der Stichprobe $x_1,\ldots,x_n$. Infolge des zufälligen Charakters der Stichprobe kann diese Entscheidung mit einem Fehler behaftet sein:

Fehler 1.Art: irrtümliche Ablehnung der richtigen Nullhypothese

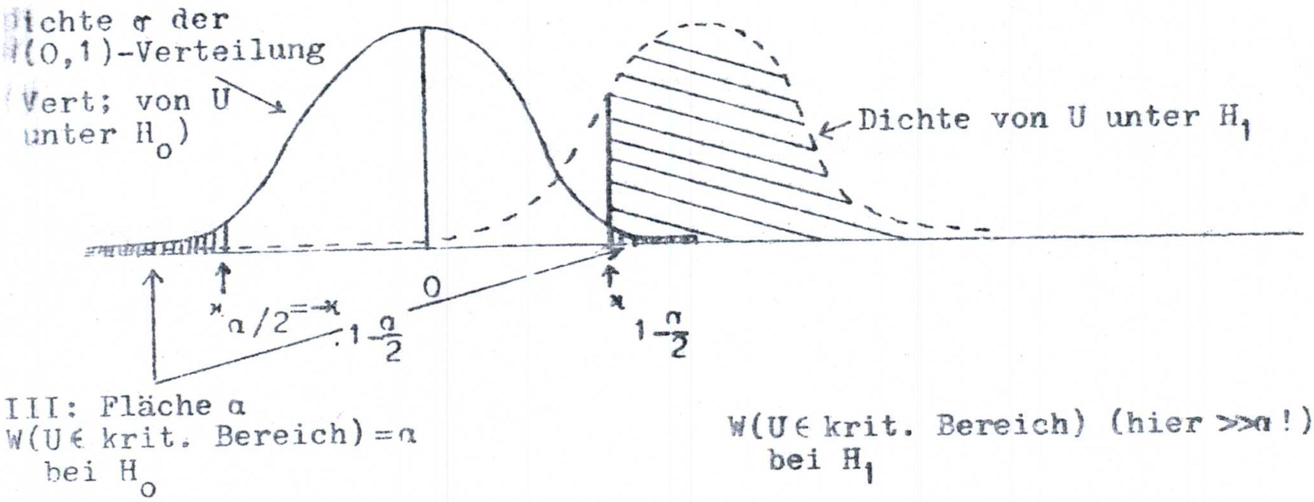
Fehler 2.Art: irrtümliche Ablehnung der richtigen Alternativhypothese.

Wir wollen uns gegen den Fehler 1.Art mit vorgegebener Irrtumswahrscheinlichkeit α (etwa 5 % oder 1 %) absichern, d.h. es soll uns nur (auf lange Sicht) in α % aller derartigen Entscheidungen ein Fehler 1.Art passieren !

Dazu definieren wir eine Testgröße $U = \frac{\bar{X}-\mu_o}{\sigma_o} \cdot \sqrt{n}$.

Man kann nun zeigen:

Ist H_0 richtig, hat also X eine $N(\mu_0, \sigma_0)$-Verteilung, dann hat $\overline{X}$ eine $N(\mu_0, \frac{\sigma_0}{\sqrt{n}})$-Verteilung und somit hat U eine N(0,1)-Verteilung. Hat X eine $N(\mu, \sigma_0)$-Verteilung, dann hat U eine $N(\mu-\mu_0, 1)$-Verteilung, also eine gegen N(0,1) um $\mu-\mu_0$ verschobene Verteilung.



κ_β soll für $0 < \beta < 1$ denjenigen x-Wert bezeichnen, für den die Fläche über dem Intervall $(-\infty, \kappa_\beta]$ unter dem Graphen φ der normierten Normalverteilung gerade = β ist.

Über dem sog. kritischen Bereich $(-\infty, \kappa_{\alpha/2}] \cup (\kappa_{1-\frac{\alpha}{2}}, \infty)$ liegt somit gerade die Fläche α.

Es ist z.B. für α = 0,05 (5 % Irrtumswahrsch.): $\kappa_{1-\frac{0,05}{2}} = 1,96$

$\alpha = 0,01$: $\kappa_{1-\frac{0,01}{2}} = 2,58$

Testverfahren: Aus der Stichprobe wird ein Beobachtungswert u der Testgröße U errechnet. Liegt dieser im kritischen Bereich, so wird H_0 abgelehnt, andernfalls angenommen.

Bemerkung: Auch wenn H_0 richtig ist, können für U Beobachtungswerte u im kritischen Bereich auftreten (d.h. wir können einen Fehler 1.Art begehen), aber solche extremen Werte treten dann doch nur mit W. α (= der darüberliegenden Fläche) auf!

Da unter H_0 Werte von u im kritischen Bereich nur selten vorkommen (nämlich nur mit der klein gewählten Irrtumswahrscheinlichkeit α), so wird man für das Auftreten eines Wertes u im kritischen Bereich doch die Alternativhypothese H_1 verantwortlich machen, denn unter dieser hat doch das Ereignis $U \in$ krit.Bereich offensichtlich eine größere Wahrscheinlichkeit !

Zu unserem Beispiel: $u = \frac{\bar{x}-\mu_0}{\sigma_0}\sqrt{n} = \frac{109{,}667-102{,}3}{18{,}3} \cdot \sqrt{30} = 2{,}205$

Dieser Wert liegt für $\alpha = 0{,}05$ im kritischen Bereich $|u| \geq 1{,}96$ und wir lehnen H_0 ab.

Wir dürfen also einen signifikanten (d.h. nicht nur zufälligen) Einfluß der Behandlung auf das Gewicht annehmen. (Bei $\alpha = 0{,}01$ hätten wir H_0 nicht abgelehnt.)

Achtung: Da über den Fehler 2.Art zunächst nichts ausgesagt wird und nur der Fehler 1.Art unter Kontrolle ist, so ist eine statistische Entscheidung erst bei Ablehnung von H_0 mit der Sicherheitswahrscheinlichkeit $1-\alpha$ zuverlässig. Daraus ergibt sich für Anwendungen, daß man als Nullhypothese stets das Gegenteil des statistisch zu Beweisenden formulieren sollte und daß man sich erst bei Ablehnung von H_0 mit Sicherheit $1-\alpha$ auf das Resultat verlassen darf. Eine Annahme von H_0 bei Nichtangabe des (i.a. schwierig zu berechnenden) Fehlers 2.Art ist wertlos und hat keinesfalls die Sicherheit $1-\alpha$! Die Annahme von H_0 bedeutet bloß, daß das vorliegende Datenmaterial nicht in signifikantem Widerspruch zu H_0 steht.

Unser Beispiel war ein Parametertest mit speziellen Annahmen (Normalverteilungen, bekannte und bei behandelten und unbehandelten Tomaten gleich Standardabweichungen). Die Annahmen müßten auch erst getestet werden, z.B. durch einen parameterfreien Test auf Vorliegen einer Normalverteilung, usw.

LITERATUR:

[1,2] W.Bauer: Wahrscheinlichkeitsrechnung in der Schule (Salzburger Beiträge zur Lehrerfortbildung, 2 Skripten)

[3] R.Ineichen: Einführung in die elementare Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung (Räber-Verlag, Luzern)

[4] J.A.Kraft: Einführung in die Wahrscheinlichkeitsrechnung (Verlag Hölder-Pichler-Tempsky, Wien)

Besonders hingewiesen sei auf:

[5] A.Engel: Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik (Klett Studienbücher Mathematik)

Als Standardwerk für mathematische Statistik sei genannt:

[6] M.Fisz: Wahrscheinlichkeitsrechnung und Mathematische Statistik (VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin)

Als Standardwerk für angewandte Statistik sei genannt:

[7] L.Sachs: Angewandte Statistik (Springer-Verlag, Berlin; enthält ausführliches Literaturverzeichnis!)